Komponentní metoda s předpokládaným vývojem úmrtnosti, plodnosti a s alternativním odhadem neznámé migrace ve výuce demografických projekcí

Component Method with expected development of Mortality, Fertility and an Alternative Estimate of the Unknown Migration in the Teaching of Demographic Projections

Ondřej Šimpach, Petra Dotlačilová

Abstract: Teaching component method for calculating the demographic projections is supplemented by various assumptions about the expected rate of mortality, the expected total fertility rate of projected population and also expected emigration from analysed population and immigration into the analysed population. This study should answer the question of how students of intermediate demographic courses familiarize with the risks of chosen a-priori assumptions regarding to these expected statistics. It shows the options that can be used to estimate the decline of probability of death and determination of scenarios for the development of total fertility rate. The biggest problem, however, arises when we try to estimate the evolution of migration. Which assumptions can be used for basic understanding of the demographic projections, when the development of migration is unexpected and hard to predict? The case study at the end the submitted article tries to test two different approaches related to the development of the migration trend.

Abstrakt: Výuka komponentní metody pro výpočet demografických projekcí je doplňována různými předpoklady o vývoji očekávané míry úmrtnosti, očekávané úhrnné plodnosti projektované populace a očekávané emigraci a imigraci. Předkládaná studie by měla odpovědět na otázku, jak studenty mírně pokročilých demografických kurzů seznámit s riziky zvolených apriorních předpokladů, které se týkají zmíněných očekávaných statistik. Ukáže možnosti, které se dají použít pro odhad poklesu pravděpodobnosti úmrtí a stanovení scénáře pro vývoj úhrnné plodnosti. Největší problém ovšem nastává při odhadu vývoje migrace. Jaké předpoklady se dají stanovit pro elementární pochopení demografických projekcí, když migrační vývoj je neočekávatelný a těžko předvídatelný? Na případové studii v závěru předkládaného článku jsou vyzkoušeny dva odlišné přístupy, týkající se vývoje migračního trendu.

Key words: component method, unknown migration, demographic projection, teaching

Klíčová slova: komponentní metoda, neznámá migrace, demografická projekce, výuka

JEL classification: J11, J19

Úvod

Ve výuce projekce demografických věkových a pohlavních struktur se velmi často využívá komponentní metoda (viz Fiala, (2002)), kterou doplňujeme o určité předpoklady vývoje úmrtnosti, plodnosti a očekávané migrace. Komponentní metoda je významný nástroj, který ovšem stojí na předpokladech, které pro analyzovanou populaci budeme očekávat. O vývoji očekávané míry úmrtnosti máme poměrně přesné předpoklady, které jsou podložené literaturou (Lee, (2000)), pro vývoj očekávané úhrnné plodnosti je možno stanovit přesvědčivý scénář. Přirozený pohyb obyvatelstva je tak předpověditelný jednodušeji než pohyb mechanický. Mechanický pohyb může být očekávatelný i neočekávatelný, přičemž

žádný z existujících modelů není schopen zohlednit změnu v politických, společenských a živelních událostech. V předkládané studii bude provedena populační projekce ve dvou scénářích pro dva cíleně vybrané okresy České republiky, na kterých bude ukázán přístup k zohlednění očekávaného migračního trendu v případě, že existuje jen minimum dostupných informací. Tento přístup je vhodné představit i studentům mírně pokročilých demografických kurzů, neboť není složitý a na populace, které splňují určité podmínky je použitelný. Užitečný je zejména z toho důvodu, že není příliš náročný na vstupní data, která se zejména u menších územních celků (jako jsou okresy) získávají obtížněji. Okres Praha bude uvažován v předložené studii jako referenční okres s nejnižší úhrnnou plodností v zemi, ke které se zvolené okresy budou v horizontu projekce přibližovat. Projekce bude provedena od prahu 1. 1. 2011 a její horizont bude 50 let. Vybrané okresy, na kterých bude experiment simulován, jsou Brno a Olomouc. Zbylé předpoklady, aplikovatelné ve výuce a následné konstrukci projekcí, představuje metodika.

1. Metodika

Pro zvolené analyzované okresy budou využity úplné úmrtnostní tabulky mužů a žen z databáze Českého statistického úřadu (ČSÚ) za pětiletí 2006–2010, přičemž tabulky budou pro 0–104 dokončených let života. (105 let je ω, což je věk, ve kterém již žádná osoba výchozí populace není naživu). Tyto tabulky budou přepočteny na zkrácené úmrtnostní tabulky mužů a zkrácené úmrtnostní tabulky žen za pětiletí 2006–2010, přičemž 0-leté osoby budou uvažovány zvlášť. Rozsah tabulek bude tedy 0, 1–4, 5–9, 10–14, 15–19, …, 100–104 dokončených let. Položme nyní pro každý rok t počty dožívajících se

$$l_{t,0} = l_{t+5,0} = l_{t+10,0} = ... = 100\,000\,, \tag{1}$$

přičemž t = 2008, 2013, 2018, …, 2063. S využitím koeficientu poklesu pravděpodobnosti úmrtí q_x můžeme pro každý rok t vypočítat počty dožívajících se

$$l_{t,x} = l_{t,x-h} \times \left(1 - k \times \frac{l_{t-5,x-h} - l_{t-5,x}}{l_{t-5,x-h}}\right), \tag{2}$$

kde k je koeficient poklesu pravděpodobnosti úmrtí q_x a h je šíře věkového intervalu (5 let).

Koeficient poklesu pravděpodobnosti úmrtí bude zvolen pro muže 0,92 a pro ženy 0,93 a byl vypočten na základě poznatků a výstupů uvedených Dotlačilovou et al. (2012). Nyní, když máme počty dožívajících se l_x ve zkrácených úmrtnostních tabulkách pro roky t = 2008, 2013, 2018, …, 2063, jsme již schopni vypočítat počty dožívajících se ve středech časových intervalů 2011–2015, 2016–2020, 2021–2025, …, 2056–2060. Výpočet provedeme lineární interpolací

$$l_{t,x} = \frac{4 \times l_{t-1,x} + l_{t+4,x}}{5}\,. \tag{3}$$

S využitím tabulkových počtů dožívajících se osob budeme nyní schopni vypočíst střední délku života při narození, přičemž můžeme využít vztahu uvedeného např. Keyfitzem (1964)

$$e_0^0 = \frac{\sum_{x=0}^{110} l_x - \alpha \times l_0 + (\alpha - 0{,}5) \times l_1}{l_0}\,, \tag{4}$$

kde α je podíl dolního elementárního souboru zemřelých (ČSÚ doporučuje stanovit na hodnotu 0,85).

Vzhledem k uvažovaným zkráceným úmrtnostním tabulkám můžeme využít jednoduššího vztahu, který je pro potřeby analýzy upraven do podoby

$$e_{0,t}^{0} = h \times \frac{\sum_{x=1-4}^{100-104} l_{t,x} - \frac{l_{t,1-4}}{2}}{l_{t,1-4}}, \tag{5}$$

kde h je šíře věkového intervalu (5 let).

Pro pokračování analýzy je třeba vypočíst projekční koeficienty, přičemž projekční koeficienty budou počítány zvlášť pro živě narozené osoby, zvlášť pro 0–4 leté osoby a zvlášť pro osoby 5–9 leté a starší. Vzhledem k tomu, že analýza uvažuje do budoucna pokles pravděpodobnosti úmrtí q_x, (který je zakomponován v předchozích výpočtech tabulkových počtů dožívajících se), i projekční koeficienty budou pro jednotlivá pětiletá období 2011–2015, 2016–2020, 2021–2025, …, 2056–2060 tento pokles zahrnovat. Projekční koeficient pro živě narozené osoby a časový interval t může mít podobu, kterou využívá Koschin (1993)

$$P_{t,*} = \frac{(1-\alpha) \times l_{t,0} + (2+\alpha) \times l_{t,1} + 2 \times l_{t,5}}{5 \times l_{t,0}}, \tag{6}$$

a pro zkrácené projekční tabulky této analýzy můžeme využít

$$P_{t,*} = \frac{(1-\alpha) \times l_{t,0} + (2+\alpha) \times l_{t,1-4} + 2 \times l_{t,5-9}}{5 \times l_{t,0}}. \tag{7}$$

Projekční koeficient pro osoby 0–4 leté a časový interval t má podobu

$$P_{t,0-4} = \frac{2{,}5 \times (l_{t,5} + l_{t,10})}{(1-\alpha) \times l_{t,0} + (2+\alpha) \times l_{t,1} + 2 \times l_{t,5}}, \tag{8}$$

a pro zkrácené projekční tabulky této analýzy můžeme využít vztahu

$$P_{t,0-4} = \frac{2{,}5 \times (l_{t,5-9} + l_{t,10-14})}{(1-\alpha) \times l_{t,0} + (2+\alpha) \times l_{t,1-4} + 2 \times l_{t,5-9}}. \tag{9}$$

V poslední řadě můžeme vypočítat projekční koeficienty pro osoby 5-leté a starší s využitím vztahu

$$P_{t,x} = \frac{l_{t,x+5} + l_{t,x+10}}{l_{t,x} + l_{t,x+5}} \quad \text{pro} \quad x \geq 5, \tag{10}$$

a pro zkrácené projekční tabulky této analýzy pak vztahu

$$P_{t,x-(x+h-1)} = \frac{l_{t,(x+5)-(x+5+h-1)} + l_{t,(x+10)-(x+10+h-1)}}{l_{t,x-(x+h-1)} + l_{t,(x+5)-(x+5+h-1)}}. \tag{11}$$

Pro projekci živě narozených osob je třeba využít apriorních předpokladů. Úhrnnou plodnost je možné buď pro jednotlivé analyzované populace odhadnout (viz Fiala, Langhamrová, (2009)), nebo namodelovat (viz Bozick, Bell William, (1987)). U analyzovaných populací České republiky je možné využít obou předpokladů či některých jiných. Výpočtové tabulky je možno přepočítat s libovolnými předpoklady, přičemž pro potřeby této studie bude využit předpoklad, že úhrnná plodnost analyzovaných populací se bude do roku 2060 lineárně přibližovat úhrnné plodnosti referenčního okresu – Prahy, kde je nejnižší úhrnná plodnost v republice (1,36 dítěte na jednu ženu v letech 2006–2010) a my budeme předpokládat, že populace budou tento trend napodobovat. Specifické míry plodnosti pro okres Praha v letech 2006–2010 vypočteme ze vztahu

$$f_{x,2006-2010}^{P} = \frac{N_{x,2006-2010}^{(v),P}}{5 \times S_{x,2008}^{(\check{Z}),P}}, \tag{12}$$

kde $N_{x,2006-2010}^{(v),P}$ jsou počty živě narozených dětí *x*-leté matce (kde *x* = 15–49 dokončených let) v Praze v období 2006–2010 a $S_{x,2008}^{(\check{Z}),P}$ je počet žen ve věku *x* (kde *x* = 15–49 dokončených let) v Praze v roce 2008, přičemž úhrnná plodnost je sumací všech specifických měr plodnosti s uvažováním šířky věkového intervalu *h* (5 let)

$$úf_{2006-2010}^{P} = 5 \times \sum_{x=15-19}^{45-49} f_{x,2006-2010}^{P}. \tag{13}$$

Následně můžeme vypočíst specifické míry plodnosti pro každý uvažovaný okres v letech 2006–2010 dle vztahu

$$f_{x,2006-2010}^{okres} = \frac{N_{x,2006-2010}^{(v),okres}}{5 \times S_{x,2008}^{(\check{Z}),okres}}, \tag{14}$$

kde $N_{x,2006-2010}^{(v),okres}$ jsou počty živě narozených dětí *x*-leté matce (kde *x* = 15–49 dokončených let) v analyzovaném okrese v časovém období 2006–2010 a $S_{x,2008}^{(\check{Z}),okres}$ je počet žen ve věku *x* (kde *x* = 15–49 dokončených let) v analyzovaném okrese v roce 2008 a dále úhrnnou plodnost pro tento okres dle vztahu

$$úf_{2006-2010}^{okres} = 5 \times \sum_{x=15-19}^{45-49} f_{x,2006-2010}^{okres}. \tag{15}$$

Specifické míry plodnosti na konci projekce v letech 2056–2060 vypočteme nejdříve, až posléze se zaměříme na specifické míry plodnosti ve středu délky projekce (roky 2031–2035). Specifické míry plodnosti na konci projekce v letech 2056–2060 jsou

$$f_{x,2056-2060}^{okres} = \frac{úf_{2056-2060}^{okres,\,př.}}{úf_{2006-2010}^{P}} \times f_{x,2006-2010}^{P}, \tag{16}$$

kde $úf_{2056-2060}^{okres,\,př.}$ je předpokládaná úroveň úhrnné plodnosti v uvažovaném okrese v letech 2056–2060, (přičemž u všech analyzovaných okresů bude uvažována současná úroveň úhrnné plodnosti v Praze).

Předpokládaná úhrnná plodnost v analyzovaném okrese ve středu délky projekce (v letech 2031–2035) je

$$úf_{2031-2035}^{okres,\,př.} = úf_{2006-2010}^{okres} - \frac{1}{2} \times \left(úf_{2006-2010}^{okres} - úf_{2056-2060}^{okres,\,př.} \right) \tag{17}$$

a příslušné specifické míry plodnosti ve středu délky projekce (v letech 2031–2035) jsou

$$f_{x,2031-2035}^{okres} = \frac{úf_{2031-2035}^{okres,\,př.}}{úf_{2006-2010}^{P}} \times f_{x,2006-2010}^{P}. \tag{18}$$

Lineární interpolací jsme nyní schopni vypočíst specifické míry plodnosti pro jednotlivá období před středem délky projekce jako

$$f_{x,t}^{okres} = f_{x,(2006-2010)}^{okres} + \frac{\left(f_{x,2031-2035}^{okres} - f_{x,(2006-2010)}^{okres} \right)}{(2031-2006) \times (t-2006)}, \tag{19}$$

kde *t* jsou časová období 2011–2015, 2016–2020, 2021–2025 a 2026–2030 a *h* je délka intervalu (5 let).

Taktéž vypočteme všechny specifické míry plodnosti pro jednotlivá časová období po středu délky projekce a to vztahem

$$f_{x,t}^{okres} = f_{x,(2031-2035)}^{okres} + \frac{\left(f_{x,2056-2060}^{okres} - f_{x,(2031-2035)}^{okres}\right)}{(2056-2031)\times(t-2031)}, \tag{20}$$

kde *t* jsou časová období 2036–2040, 2041–2045, 2046–2050 a 5051–2055 a *h* je délka intervalu (5 let).

Analýza bude dále zahrnovat migraci, přičemž pro nás bude klíčový přírůstek osob stěhováním. Komponentní metodu projekce obyvatelstva se zjednodušeným modelem migrace využívá např. Fiala, Langhamrová, (2009), modelování migrace využívá ve své studii Kale et al. (2005). Pro předkládanou studii zjistíme, jaký byl trend v posledních 5 letech, za která máme data. Tento trend byl konstantní a to v obou srovnávaných okresech. Nastává tedy otázka: bude v horizontu 50 let možné, aby se udržel stejný trend přírůstku obyvatel stěhováním, jaký byl v posledních 5 letech, za která uvažujeme data? U některých okresů v republice možná ano, ale spíš tento předpoklad platit nebude. Obecně platí, že některé okresy měly za poslední roky významný odliv obyvatel, jiné okresy měly zase významný příliv obyvatel. Konstantní odliv migrantů by způsobil, že by za 50 let v daném okrese skoro nikdo nežil, udržený příliv migrantů by způsobil, že by se velikost okresu musela zdvojnásobit nebo dokonce ztrojnásobit. Jedním z předpokladů, který se využívá v mnoha přírodních vědách pro nastoupení rovnováhy, je tzv. „exponenciální pokles“. Exponenciální pokles je možno pozorovat ve fyzice i v chemii (ustálení odrazů tenisového míčku či pokles pěny šumivých nápojů), dále v rámci ekonomických a statistických věd se využívá pro určování pravděpodobnosti, životnosti zařízení, pro řešení problémů teorie hromadné obsluhy a pro řešení teorie grafů (viz Berge (1962)), nebo v nastoupení rovnováhy u ekonometrických modelů v analýzách impuls reakce (viz Pesarana et al. (1998). Vychýlení modelu z rovnováhy jednotkovým impulzem je sledováno, přičemž kvalitní model se po dostatečně krátké době navrací do rovnováhy s exponenciálním poklesem. Kromě konstantního trendu migrace bude tedy stanoven ještě druhý předpoklad, který bude v analýze předložen a to předpoklad exponenciálního poklesu mezi počátkem projekce a koncem projekce. Vztah pro tento pokles můžeme získat s využitím modifikace hustoty pravděpodobnosti exponenciálního rozdělení jako

$$MIGR_t^{okres} = \lambda e^{-\lambda t} \tag{21}$$

kde *t* jsou časová období a λ je vhodný parametr.

S využitím celkového podílu mužů migrantů a žen migrantů z napozorovaných dat za poslední pětiletí se pokusíme odhadnout relativní podíly mužů migrantů a žen migrantů v dokončeném věku *x* let (relativní věkovou strukturu migrantů). Jednotlivé indexy pro dokončený věk *x* můžeme označit

$i_x(p)^M$ pro muže, respektive $i_x(p)^{\check{Z}}$ pro ženy.

Z předpokladu konstantního trendu migrace do budoucna nebo z předpokladu exponenciálního poklesu migrace stanovíme předpokládané počty migrantů $ppm_t^{M+\check{Z}}$ (mužů i žen dohromady) pro časová období *t* = 2011–2015, 2016–2020, …, 2056–2060. Počet migrantů v daném časovém období *t*, dokončeném roce života *x* a pohlaví určíme vztahem

$$MIGR_{x,t}^{M} = ppm_t^{M+\check{Z}} \times i_x(p)^M \text{ pro muže, respektive} \tag{22}$$

$$MIGR_{x,t}^{\check{Z}} = ppm_t^{M+\check{Z}} \times i_x(p)^{\check{Z}} \text{ pro ženy.} \tag{23}$$

Samotná populační projekce bude tvořena s prahem k 1. 1. 2011, přičemž jako vstupní data za jednotlivé analyzované okresy můžeme využít zkrácenou demografickou strukturu podle věku a pohlaví v 5- letých věkových intervalech ($h = 5$) k 31. 12. 2010, neboť počáteční stavy roku t jsou shodné s koncovými stavy roku $t-1$. Můžeme využít vztahů, uvedených např. Fialou (2002), které můžeme pro potřeby této analýzy modifikovat na vzorec

$$S_{x,t}^{(M),okres} = N_{t-h}^{(v),(Ch),okres} \times P_{*,t-h}^{(M),okres} + \frac{\left(MIGR_{x,t-h}^{(M),okres} \times \sqrt[3]{P_{*,t-h}^{(M),okres}}\right)}{2} \text{ pro } x = 0-4 \tag{24}$$

pro muže a analyzovaný okres a dále

$$S_{x,t}^{(\check{Z}),okres} = N_{t-h}^{(v),(D),okres} \times P_{*,t-h}^{(\check{Z}),okres} + \frac{\left(MIGR_{x,t-h}^{(\check{Z}),okres} \times \sqrt[3]{P_{*,t-h}^{(\check{Z}),okres}}\right)}{2} \text{ pro } x = 0-4 \tag{25}$$

pro ženy a analyzovaný okres. Starší obyvatele, muže a ženy v analyzovaném okrese, můžeme vypočítat s využitím vztahu

$$S_{x,t}^{(M),okres} = S_{x-h,t-h}^{(M),okres} \times P_{x-h,t-h}^{(M),okres} + \frac{\left(MIGR_{x-h,t-h}^{(M),okres} \times \left(P_{x-h,t-h}^{(M),okres}\right)^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{MIGR_{x+h,t-h}^{(M),okres}}\right)}{2} \tag{26}$$

pro $x \geq 5-9$, pro muže a analyzovaný okres, respektive s využitím vztahu

$$S_{x,t}^{(\check{Z}),okres} = S_{x-h,t-h}^{(\check{Z}),okres} \times P_{x-h,t-h}^{(\check{Z}),okres} + \frac{\left(MIGR_{x-h,t-h}^{(\check{Z}),okres} \times \left(P_{x-h,t-h}^{(\check{Z}),okres}\right)^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{MIGR_{x+h,t-h}^{(\check{Z}),okres}}\right)}{2} \tag{27}$$

pro $x \geq 5-9$, pro ženy a analyzovaný okres. Vzhledem k tomu, že projekční tabulky by se nám z vrchu začínaly vyprazdňovat, (protože jsme prozatím neřešili živě narozené osoby, které do projekčních tabulek v každém roce, respektive časovém období t vchází), vypočteme nyní počty živě narozených dětí pro časová období t = 2011–2015, 2016–2020, …, 2056–2060. S využitím vztahu

$$N_{x,t}^{(v),okres} = 5 \times \left(\frac{\left(S_{x,t}^{(\check{Z}),okres} + S_{x,t+h}^{(\check{Z}),okres}\right)}{2}\right) \times f_{x,t}^{okres} \text{ pro } x = (15-19)-(45-49) \tag{28}$$

vypočteme počty živě narozených dětí x- letým matkám pro uvažované časové období a analyzovaný okres a dále pak celkový počet živě narozených chlapců pro uvažované časové období jako

$$N_{t}^{(v),(Ch),okres} = \sum_{x=15-19}^{45-49} N_{x,t}^{(v),okres} \times 0{,}515 \tag{29}$$

a celkový počet živě narozených děvčat pro uvažované časové období jako

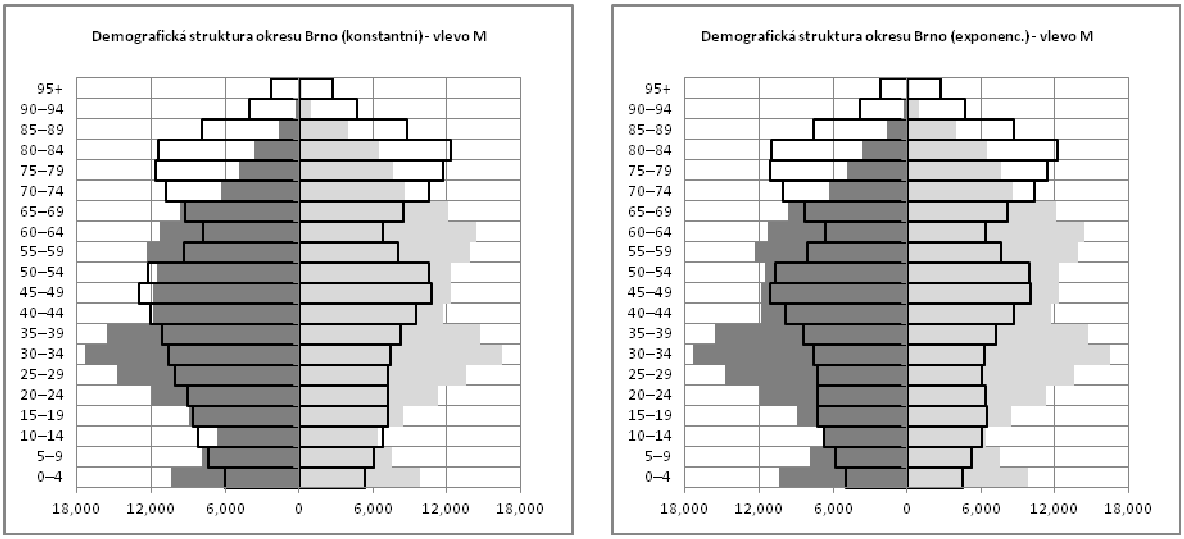
$$N_{t}^{(v),(D),okres} = \sum_{x=15-19}^{45-49} N_{x,t}^{(v),okres} \times 0{,}485\,, \tag{30}$$

přičemž 0,515 a 0,485 jsou známé podíly chlapců a děvčat při narození.

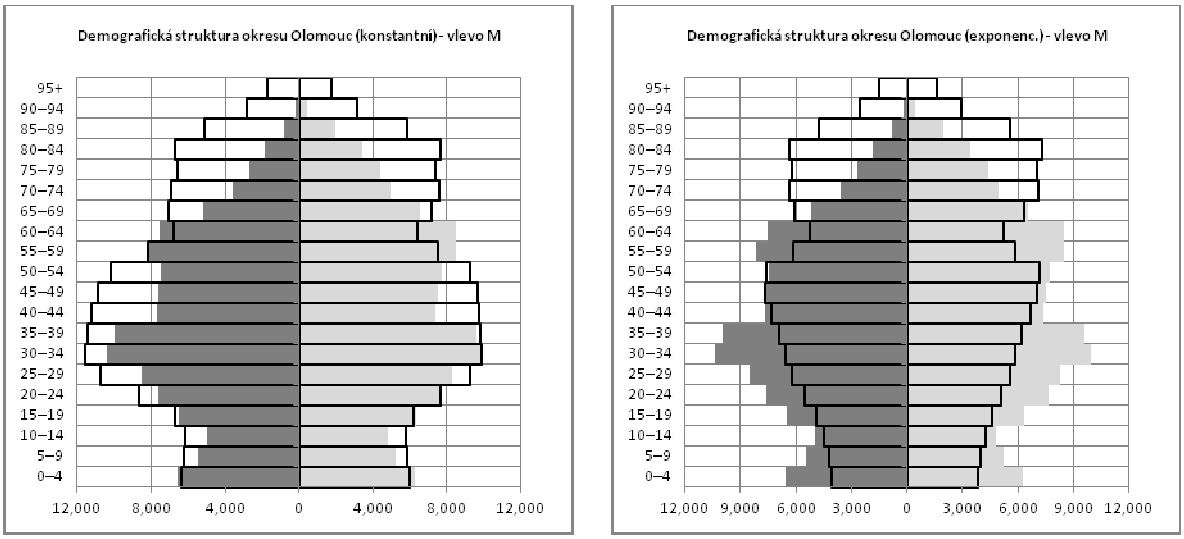
2. Zjištěné výstupy

S využitím zmíněných apriorních předpokladů a uvedených vzorců byl připraven výpočetní systém, v němž byly vypočteny demografické projekce zvolených okresů. Demografické projekce tedy uvažují pokles pravděpodobnosti úmrtí q_x (respektive prodlužování střední délky života e_x^0), tendenci úhrnné plodnosti tíhnout k úhrnné plodnosti

Prahy (s lineárním trendem) a dva scénáře migrace. Zvolené okresy jsou ve srovnání s jinými okresy republiky specifické tím, že jejich přírůstek (úbytek) stěhováním není příliš vysoký, což je patrné z následně prezentovaných výstupů. Existují totiž okresy s velmi vysokým přírůstkem (úbytkem) stěhování, kde se zmíněný konstantní trend použít nenechá, ať už z toho důvodu, že okresy s vysokým migračním přírůstkem by se za následných 50 let zdvojnásobily nebo dokonce ztrojnásobily, nebo v opačném případě zase okresy s vysokým migračním úbytkem by za následných 50 let mohly téměř zmizet. Za určitých okolností lze konstantní trend udržet, ve většině případů to ovšem neplatí a mnohem realističtější se jeví předpoklad exponenciálního poklesu a nastoupení rovnováhy. Po tomto „zklidnění" trendu se může projekce přepočítat znovu. Levé obrázky zobrazují demografickou projekci analyzovaného okresu s konstantním trendem migrace, pravé obrázky zobrazují demografickou projekci analyzovaného okresu s exponenciálním poklesem migrace, přičemž v obr. 1 je zobrazena projektovaná demografická a pohlavní struktura okresu Brno a v obr. 2 okresu Olomouc.



Obr. 1: Demografická struktura okresu Brno k 1.1.2011 a 2061 s konstantním trendem migrace (vlevo) a s exponenciálním poklesem migrace (vpravo) Zdroj: ČSÚ, vlastní výpočet



Obr. 2: Demografická struktura okresu Olomouc k 1.1.2011 a 2061 s konstantním trendem migrace (vlevo) a s exponenciálním poklesem migrace (vpravo) Zdroj: ČSÚ, vlastní výpočet

V případě okresu Brno není ani tak patrný rozdíl mezi konstantním trendem migrace a exponenciálním poklesem migračního trendu, protože migrační přírůstek obyvatel je v Brně velmi malý. V případě Olomouce bude spíše na místě uvažovat trend migrace s exponenciálním poklesem, protože je patrné, že silný migrační přírůstek ekonomicky produktivních mužů a žen, který v minulosti probíhal a stále probíhá (mužů ale více), nemůže pokračovat neustále. Okresy Brno a Olomouc byly vybrány úmyslně proto, aby byl patrný rozdíl mezi oběma přístupy. Když je migrační přírůstek (úbytek) významný, výsledek je ovlivněn zásadně. Když migrační přírůstek (úbytek) významný není, pak se výsledky podobají.

3. Závěr

Přístupy, týkající se očekávané míry úmrtnosti a očekávané úhrnné plodnosti, které byly představeny v uvedeném rámci, se využívají i u složitějších projekčních modelů. Cílem studie bylo mimo jiné i poukázat na skutečnost, že za určitých podmínek je možné využít jednoduchých předpokladů k stanovení očekávané migrace, která nutně musí do výpočtu komponentní metody vstoupit. Vzhledem k tomu, že přístupy nejsou složité, je možné je aplikovat ve výuce mírně pokročilých demografických kurzů a vysvětlit tak studentům problematiku, kterou je třeba řešit při výpočtu demografických projekcí menších územních celků. Teprve následně po pochopení této části mohou přijít na řadu modely složitější, nicméně i tak nerobustní vůči neočekávatelným změnám v politických, společenských a živelních událostech.

4. Literatura

[1]Berge, C. (1962), „*The Theory of Graphs and its applications*“, London : Methuen, New York : Wiley, 1962, 511 p.

[2]Bozick, J. E., Bell, William R. (1987), „Forecasting Age Specific Fertility Using Principal Components“ *Proceedings of the American Statistical Association, Social Statistics Section*, p 369–401, 1987.

[3]Dotlačilová, P., Langhamrová, J., Šimpach, O. (2012), „Vybrané logistické modely používané pro vyrovnávání a extrapolaci křivky úmrtnosti a jejich aplikace na populace vybraných zemí Evropské unie“. *Forum Statisticum Slovacum [online]*, 2012, roč. 8, č. 7, s. 21–25.

[4]Fiala, T. (2002), „*Demografické výpočty v tabulkovém procesoru*“. 1. vyd. Praha : Oeconomica, 218 s.

[5]Fiala, T., Langhamrová, J. (2009), „Projekce obyvatelstva v ČR a jejích krajů.“ *Forum Statisticum Slovacum*, 2009, roč. 7, č. 5, s. 44–55.

[6]Kale, B., Robertson, D.E., Palit, Ch.D., Voss, P. R. (2005), „The Migration Component in a Population Projections Model, *Proceedings of the Survey Research Methods Section*, American Statistical Association, USA, 2005, pp 1970–1976.

[7]Keyfitz, N. (1964), „The population projection as a matrix operator“, *Demography*, Springer-Verlag, Volume 1, Issue 1, March 1964, pp 56-73.

[8]Koschin, F. (1993), „Aktuárská demografie“. 1.vyd. Praha : Oeconomica VŠE, 141 s.

[9]Lee, R. (2000), “The Lee-Carter Method for Forecasting Mortality, with Various Extensions and Applications“, *North American Actuarial Journal*, January 2000, Vol. 4, Iss. 1.

[10] Pesarana, H.H., Shin, Y. (1998), „Generalized impulse response analysis in linear multivariate models“, *Economics Letters*, Volume 58, Iss. 1, January 1998, p. 17–29.

Příspěvek byl zpracován v rámci projektu VŠE IGA 24/2013 „Úmrtnost a stárnutí obyvatelstva ČR“.

Adresa autorů:

Ondřej Šimpach, Ing.
VŠE v Praze, katedra demografie
Nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3
ondrej.simpach@vse.cz

Petra Dotlačilová, Ing.
VŠE v Praze, katedra demografie
Nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3
petra.dotlacilova@vse.cz